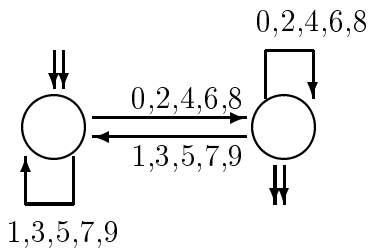
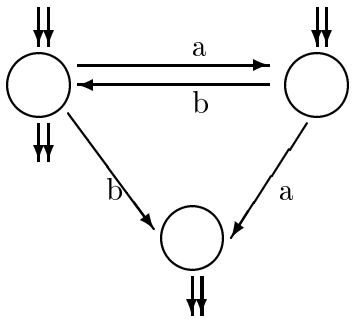
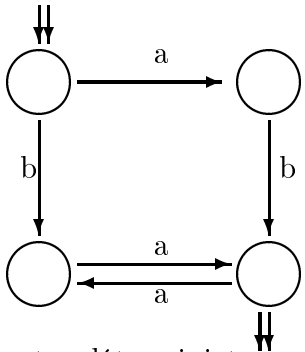
Automates, Langages Rationnels

QUESTION 1. – Décrire les langages reconnus par chacun des automates suivants (les états initiaux sont marqués d'une double flèche entrante, les états finaux d'une double flèche sortante) :







QUESTION 2. – Donner des automates déterministes reconnaissant les langages suivants sur l'alphabet $\{a, b\}$:

1. l'ensemble des mots contenant au plus un a ;
2. l'ensemble des mots contenant au moins un a ; et dont la première occurrence de a n'est pas suivie d'un b ;

3. l'ensemble des mots contenant un nombre impair de a et un nombre impair de b ;

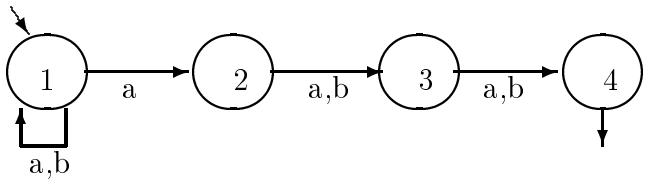
QUESTION 3. – Construire un automate déterministe reconnaissant les représentations décimales des nombres dans le langage C (telles que `23`, `0.5`, `1e-9`...)

QUESTION 4. – Soit $A = \{a, b, c\}$, $L = \{a, b\}^* c(ab)^*$, $L' = \{a, c\}^* b(ac)^*$. Construire des automates reconnaissant les langages suivants :

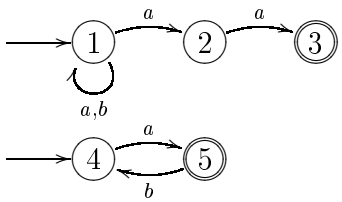
1. L ;
2. $A^* - L$;
3. LL' ;
4. $L \cup L'$;
5. LA^*L' ;
6. l'ensemble des préfixes des mots de L ;
7. l'ensemble des miroirs des mots de L.

QUESTION 5. – Donner un automate reconnaissant le langage suivant sur l'alphabet $A = \{a, b\}$: l'ensemble des mots dont la longueur est un multiple de 3 et dont ni aa ni bbb ne sont facteurs.

QUESTION 6. – Déterminiser l'automate



QUESTION 7. – L'automate suivant n'est pas déterministe. Donner un automate déterministe qui reconnaît le même langage.



QUESTION 8. – Soient L et L' sont deux langages finis. Montrer que $|LL'| \leq |L| \times |L'|$. Donner un exemple où l'inégalité est stricte, et un exemple où on a égalité.