



Fiche 2 : Panini

Panini

Votre petit cousin collectionne les vignettes autocollantes des footballeurs célèbres. Il achète au marchand de journaux des pochettes de 10 vignettes à un prix de 2 euros. L'album de la collection complète contient $M = 300$ places pour les vignettes autocollantes (prix d'achat de l'album 4 euros). Il souhaite savoir combien de pochettes il devra acheter pour avoir toute la collection. Saurez-vous lui répondre ?

On simplifie le modèle en supposant que l'on achète les vignettes une par une et on note T le nombre total de vignettes achetées pour avoir toute la collection. A la fin, il restera plein de doubles ! On supposera également que l'éditeur des vignettes est honnête et qu'il imprime les vignettes dans les mêmes proportions (il n'y a pas de vignettes plus rares que d'autres).

Lorsque la collection comporte déjà $i - 1$ vignettes, on note Y_i le nombre de vignettes à acheter pour avoir une vignette qui n'est pas dans la collection.

Question 1.1 : Écrire une simulation en R permettant d'étudier T en fonction de M .

Question 1.2 : Donner, en la justifiant, la loi de Y_i . Les variables Y_i sont-elles indépendantes.

Question 1.3 : Exprimer T en fonction des Y_i . En déduire $\mathbb{E}(T)$ et $\text{Var}(T)$. Commenter votre résultat et répondre à votre petit cousin.

Question 1.4 : Quel est le rapport entre les Panini et les tables de hachage ?

Question 1.5 : Calculez combien au bout de combien de temps en moyenne on a obtenu K images différentes.

Question 1.6 : Modifiez votre simulateur pour rendre compte de la situation où on les images s'achètent par paquet de P et où chaque paquet contient une image spéciale brillante. En supposant qu'il y a M_1 places pour les images normales et M_2 pour les images brillantes, étudier l'influence de P , M_1 , et M_2 sur $\mathbb{E}(T)$.

