(A+) Bon travail. Bravo

Adrien ARTAUD Quick EP 12/03

Ex ~~1~~ 2 :

1\. N suit une loi de poisson de paramètre λ.

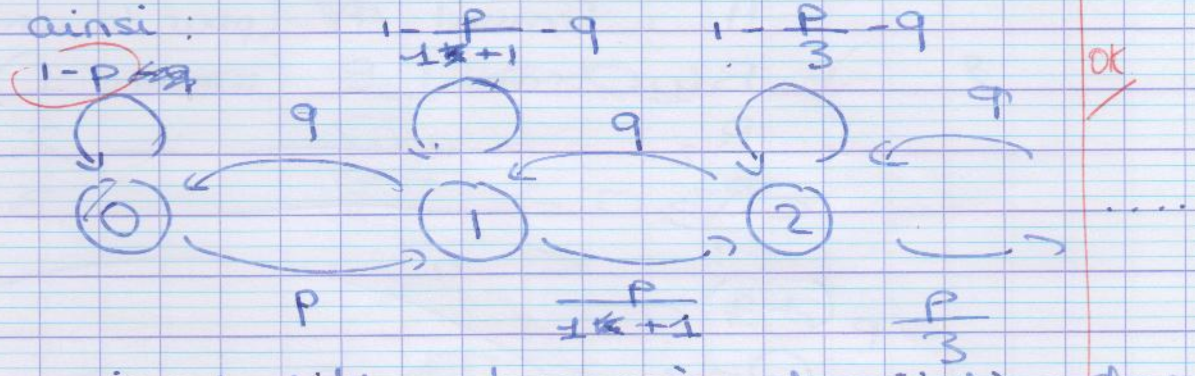
Donc $P(N=k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

~~donc $P\left(\frac{1}{N+1} = k\right) = \frac{1}{\frac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}+1}$~~

donc $P\left(\frac{1}{N+1} = \frac{1}{k+1}\right) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

donc $P\left(\frac{1}{N+1} = k\right) = \frac{\lambda^{k(k+1)}}{(k(k+1))!} e^{-\lambda}$?

2\. On peut écrire un graphe de transition ainsi :



OK

irreductible, homogène et apériodique donc

3\. $\left\{ \pi(k) = \frac{p}{k+1}\pi(k+1) + q\pi(k-1) + \left(1-\frac{p}{k+1}-q\right)\pi(k) \right\}$

Oui. Voir page 4 pour la résolution.

$$E\left(\frac{1}{N+1}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \cdot \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!}$$

$$= \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}\left(e^{\lambda}-1\right)$$

Ex 3 :

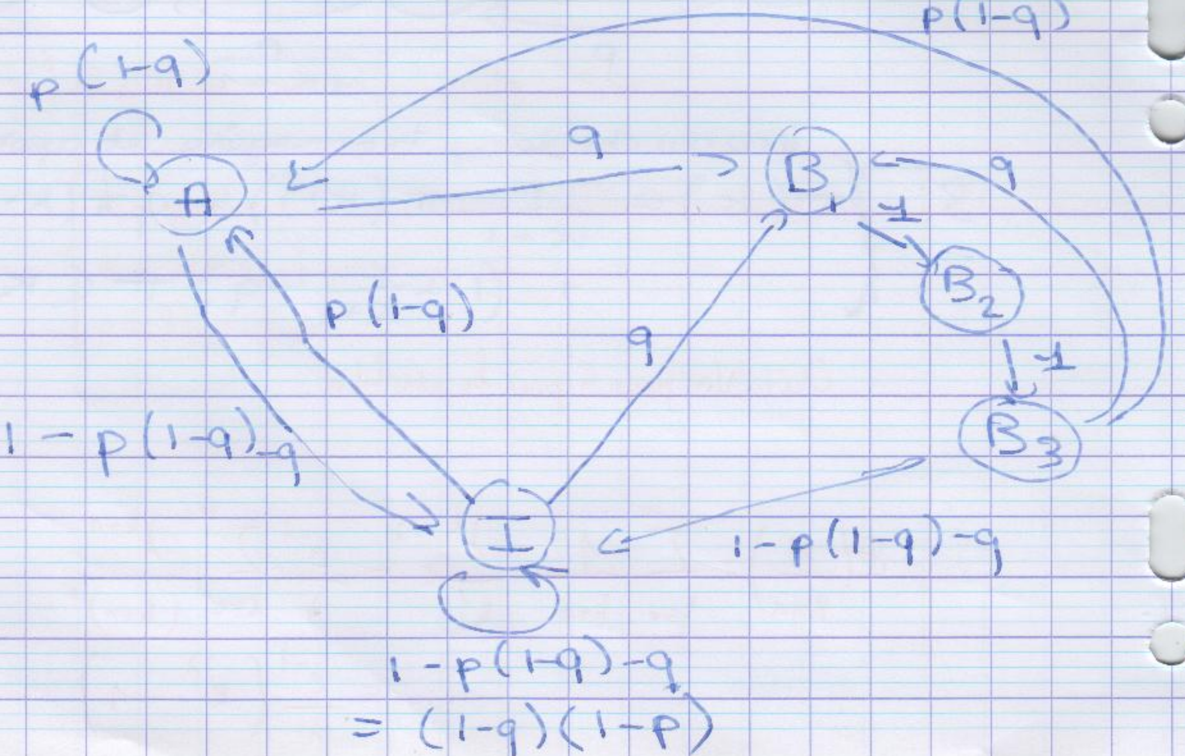
1. On peut modéliser l'activité par $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ tel que chaque X_n correspond à l'activité pour la semaine n. À la fin de chaque travail (ou d'une semaine d'inactivité) on a une probabilité q de commencer un travail B, et $p(1-q)$ de commencer un travail (probabilité que seulement du travail A soit offert). Enfin on a une chance de $1-q-p(1-q)$ de ne rien faire.

OK
BIEN

avec les états :

I : Pas de commande cette semaine
A : travail A (pour la semaine)
B_1 : travail B (semaine 1)
B_2 : ——— 2 —
B_3 : ——— 3 —

2.



Ex 1. on a pour n envois de trames des intervalles de confiance de :

A : $\left[0{,}8 - \frac{1}{\sqrt{n}} \, ; \, 0{,}8 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

B $\left[0{,}7 - \frac{1}{\sqrt{n}} \, ; \, 0{,}7 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$

On veut que la borne supérieure pour B soit inférieur à la borne inférieure de A, c'est à dire

$$0{,}7 + \frac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}8 - \frac{1}{\sqrt{n}}$$

$$0{,}7 + \frac{2}{\sqrt{n}} < 0{,}8$$

$$\frac{2}{\sqrt{n}} < 0{,}1$$

$$\frac{1}{\sqrt{n}} < 0{,}05$$

$$\sqrt{n} > \frac{1}{0{,}05}$$

$$\sqrt{n} > 20$$

$$\boxed{n > 400}$$

Bravo!

OUI!! Enfin!

Attention à un point cependant. L'intervalle, les $0{,}7 \pm \frac{2\sigma}{\sqrt{n}}$ avec σ le véritable écart type. Puisque vous vous intéressez à une proba p vous avez $\sigma^2 = p(1-p) \leq \frac{1}{4}$. Donc $\sigma \leq \frac{1}{2}$ et donc le $\pm \frac{1}{\sqrt{n}}$ est juste mais il faut me l'expliquer sinon je ne sais pas si c'est un coup de chance...

~~Ex~~

2.1 suite

$$\sum E\left(1/(N+1)\right)$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} k P\left(\frac{1}{N+1} = k\right)$$

$$= e^{-\lambda} \sum k \frac{\lambda^{k(k+1)}}{(k(k+1))!}$$

$$= e^{-\lambda} \sum k \frac{\lambda^{k^2+k}}{(k^2+k)!}$$

$$\left(= \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} e^{k^2+k}\right)$$

Ce k ne peut sortir. Voir en page 1.

2.3) On va aussi souvent de la droite vers la gauche que de la gauche vers la droite. Donc $q\pi_{k+1} = \frac{p}{k+1}\pi_k$ et donc $\pi_{k+1} = \frac{p}{q} \times \frac{1}{k+1}\pi_k = \left(\frac{p}{q}\right)^{k+1} \times \frac{1}{(k+1)!}\pi_0$

On reconnaît une loi de Poisson.

3.2) π_{B_2} et π_{B_3} sont égaux à π_{B_1}. Donc

$$\begin{cases} b = q(a+b+i) \\ a = p(1-q) \times (a+b+i) \\ a + 3b + i = 1 \end{cases}$$

On se débarrasse d'abord de i et ensuite ça tombe...