Delbos Robin — Évaluation de performance - Quick. — INFO4

B-/C Fragile : vous n'avez écrit aucune équation du régime permanent.

Exercice 2 : Autour de la loi de Poisson :

Q.2.1) Soit N une loi de Poisson de paramètre λ donc $E(N) = \lambda$

De plus $\cancel{E(N+1) = E(N)} = \lambda$ pour N une loi de Poisson.

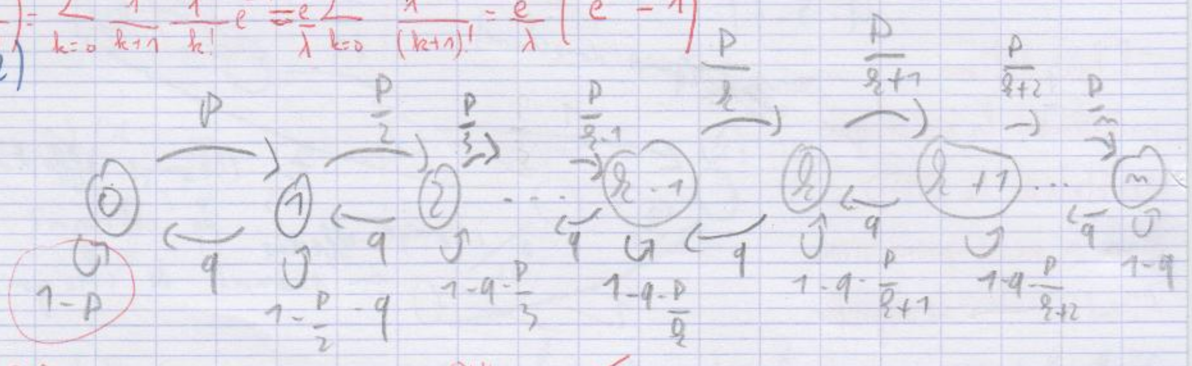
Non. $\mathbb{E}(N+1) = \mathbb{E}(N) + 1 = \lambda + 1$

On a donc $E\left(\frac{1}{N+1}\right) = E\left(\frac{1}{N}\right) = \frac{1}{E(N)} = \frac{1}{\lambda}$.

? Non !

$$\mathbb{E}\left(\frac{1}{N+1}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}\left(e^{\lambda} - 1\right)$$

Q.2.2)



oui. OUI

Q.2.3) Calculons $\pi(l) = \lim_{n \to +\infty} P(X_n = l)$ $X_0 = 0$

On remarque que plus l augmente, moins il sera probable de passer à l'état suivant car $\frac{p}{l+1}$ va diminuer alors qu'il sera toujours autant probable de passer à l'état précédent (probabilité de q). oui.

Au vue de ces observations, on peut s'attendre à retrouver une loi exponentielle.

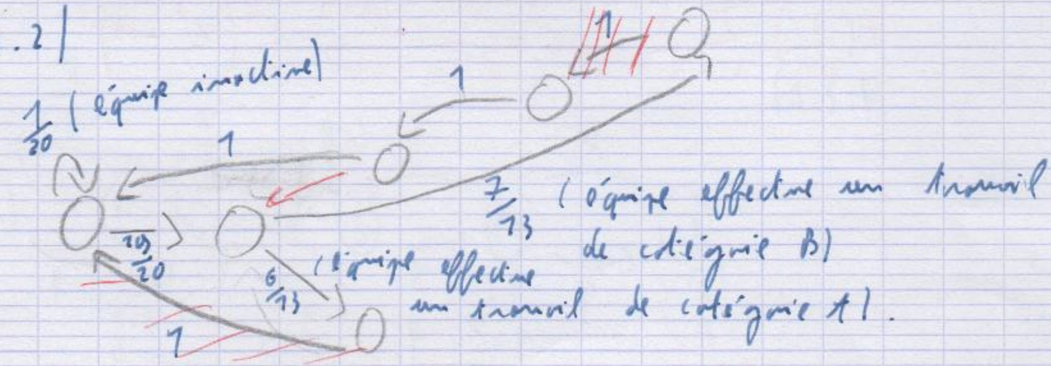
Hein? Mais d'où ça sort? D'autre part, la loi exponentielle est une loi continue donc c'est assez inadapté à la description des probabilités sur un espace d'état discret (les ~~valeurs possibles~~ de la CMTD).
états

En régime stationnaire, on a : $\pi_{k+1} \times q = \pi_k \times \frac{p}{k+1}$ donc $\pi_{k+1} = \frac{p}{q} \times \frac{1}{k+1} = \left(\frac{p}{q}\right)^{k+1} \times \frac{1}{(k+1)!} \pi_0$

On reconnaît une loi de Poisson.

Exercice 3 : Modélisation par chaîne de Markov.

Q.3.2/



Il faut définir précisément la sémantique des états de la CMTD sinon on ne comprend rien. Attention. $\xrightarrow{1}$ ne signifie pas qu'on y passe instantanément. Il y a donc des états en trop qui devraient être fusionnés avec d'autres.

Q.3.3/ Je suppose, comme indiqué dans l'énoncé, que l'équipe est inactive avec une probabilité de $\frac{1}{20}$. Elle est donc active avec une probabilité de $\frac{19}{20}$.

En considérant que l'on est dans le cas où l'équipe est active, on cherche à savoir quelle est la probabilité qu'elle effectue un travail de catégorie A ou B.
On sait qu'elle a $\frac{0,7}{0,6} = \frac{7}{6}$ de chances de plus d'effectuer

un travail de catégorie B qu'un de catégorie A.

Posons x : la probabilité que ce soit un travail de catégorie A

y : -- -- -- -- -- -- -- -- B.

On a $\begin{cases} x \times \frac{7}{6} = y \\ x + y = 1 \end{cases}$ car on est dans le cas où l'équipe est active.

$\Rightarrow \begin{cases} (1-y) \times \frac{7}{6} = y \\ x = 1 - y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ \frac{7}{6} = y + \frac{7}{6} y \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ y = \frac{6 \times 7}{6 \times 13} = \frac{7}{13} \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{13} \\ y = \frac{7}{13} \end{cases}$

Bien compliqué...

Q.3.(c) Pour une semaine, l'espérance du gain se calcule de la manière suivante :

$$\underbrace{\frac{19}{20}}_{\text{équipe active}} \times \left(\underbrace{\frac{6}{13} \times 4\,000}_{\text{catégorie A pour 1 semaine}} + \underbrace{\frac{7}{13} \times \frac{15\,000}{3}}_{\text{catégorie B pour 1 semaine}} \right) - \underbrace{\frac{1}{20} \times 2\,500}_{\text{équipe inactive}}$$

$\simeq 4\,187$ €

C'était une information pour que vous puissiez vérifier vos calculs, pas une hypothèse que vous pouviez utiliser

Ce raisonnement est faux car les jobs de catégorie B sont prioritaires.