

# Evaluation de Performance Quick

Alan  
Guironch.

**B+**

Tu as compris dans l'ensemble.  
Bon travail.

Exercice 2:

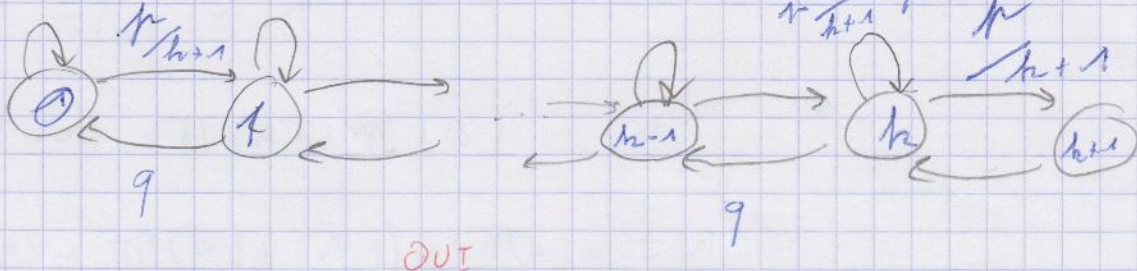
2.1

$$\begin{aligned}
 E\left(\frac{1}{N+1}\right) &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} P(N=k) \\
 &= \sum_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{k+1} - 1\right) P(N=k) + \sum_{k=0}^{\infty} P(N=k) \\
 &= e^{-\lambda} \left( \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} - e^{-\lambda} \right)
 \end{aligned}$$

$$E\left(\frac{1}{N+1}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \cdot \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} (e^{\lambda} - 1)$$

2.2.

**1=q**  
oui





Q 2.3

$$\pi_k = \pi_{k-1} \times \frac{p}{k+1} + \pi_k \left(1 - \frac{p}{k+1} - q\right) + \pi_{k+1} q$$

$$\pi_k \left( \frac{p}{k+1} - q \right) = \pi_{k+1} \frac{p}{k+1} - q \pi_{k+1}$$

$\pi_k$

exprimer  $\pi_k$  en fonction de  $\pi_{k-1}$  et  $\pi_{k+1}$  est possible à résoudre car la récurrence part à droite et à gauche. Il vaut mieux regarder la fréquence de transition vers la droite et vers la gauche.



$$q \pi_{k+1} = \frac{p}{k+1} \pi_k \text{ donc } \pi_{k+1} = \frac{p}{q} \times \frac{1}{k+1} \pi_k = \left( \frac{p}{q} \right)^{k+1} \times \frac{1}{(k+1)!} \pi_0$$

On reconnaît une loi de Poisson.



### Exercice 3:

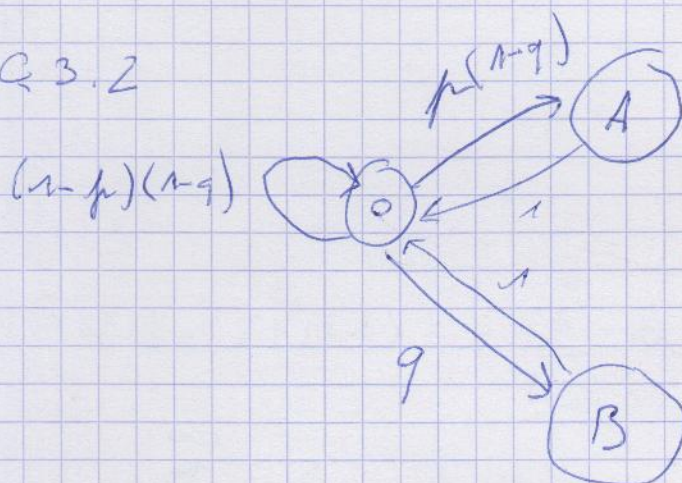
Q 3.1

$$P(h_{t+1}=A | h_t=0) = p(1-q) = A \cap \bar{B}$$

$$P(h_{t+1}=B | h_t=0) = q = pq + (1-p)q = A \cap B + \bar{A} \cap B$$

$$P(h_{t+1}=0 | h_t=0) = (1-p)(1-q) = \bar{A} \cap \bar{B}$$

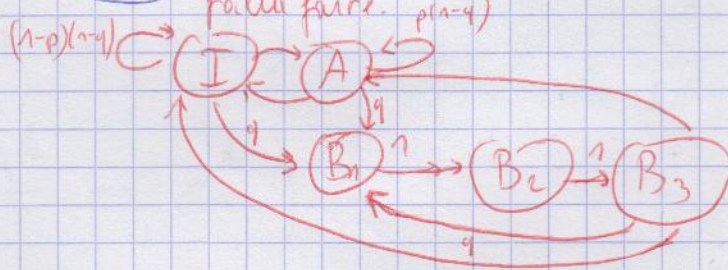
Q 3.2



Plusieurs problèmes:

- Les jobs B durent 3 semaines.
- On n'est pas forcément idle entre deux jobs A et B.

Si on reste sur votre modélisation, il aurait fallu faire:



Q 3.3

$$\pi(0) = \pi(A) + (1-p)(1-q)\pi(0) + \pi(B)$$

$$\pi(A) = \pi(0) p(1-q)$$

$$\pi(B) = \pi(0) q$$

$$\sum \pi(i) = 1$$

$$\pi(0) + \pi(A) + \pi(B) = 1$$

$$\pi(0) + \pi(0) p(1-q) + \pi(0) q = 1$$

$$\pi(0) (1 + p(1-q) + q) = 1$$



$$\pi(a) = \frac{1}{1 + p(1-q) + q}$$

$$= 0,53$$

Je ne retrouve pas  $\frac{1}{20}$ , je pense que je me suis

trompé dans la modélisation. Effectivement, mais au moins vos calculs sont cohérents.