Rivel
Gaëtan
Info 4

Quick Evaluation de Performance

Exercice 1

1. On part sur une base de 1000 trames :

→ Algo A : 5 trames sont perdues en moyenne

→ Algo B : 7 trames sont perdues en moyenne

B/C Confusion pour la CMTD du 2.2 et du coup les équations du régime stationnaire sont fausses.
Pour le 3, vous n'étiez pas loin d'avoir la bonne chaîne.

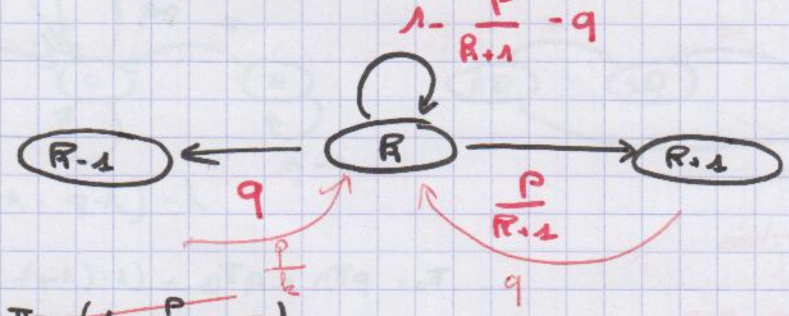
Exercice 2

Mais pourquoi ??? ...

2.1. $E(N) = \sum_{k=0} \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$ → $E\left(\frac{1}{N+1}\right) = \sum_{k=0} \frac{1}{\frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} e^{-\lambda}}$

$E\left(\frac{1}{N+1}\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k+1} \times \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\lambda^{k+1}}{(k+1)!} = \frac{e^{-\lambda}}{\lambda}\left(e^{\lambda}-1\right)$

2.2.

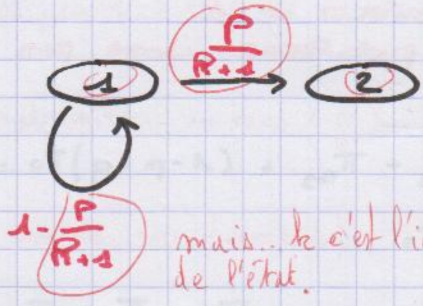


$\cancel{\pi_k = \pi_k\left(1 - \frac{p}{k+1} - q\right)}$

$\pi_{k+1} = \pi_k\left(\frac{p}{k+1}\right)$

$\pi_{k-1} = \pi_k q$

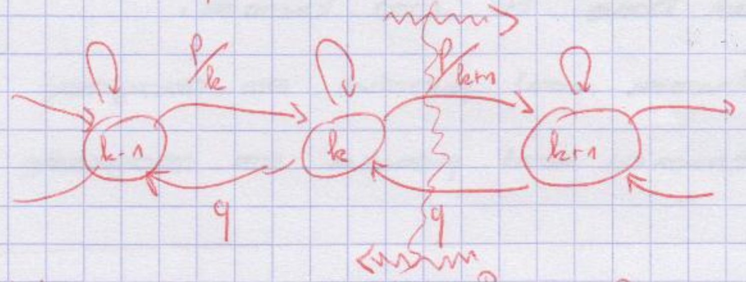
Du coup non puisque vous avez oublié les entrées de k-1 et de k+1...



mais... k c'est l'indice de l'état.

Comme nous avons pu le voir en TD, nous reconnaissons une loi exponentielle

Et non !... Une loi exponentielle est une loi continue alors que notre ensemble d'état est discret.



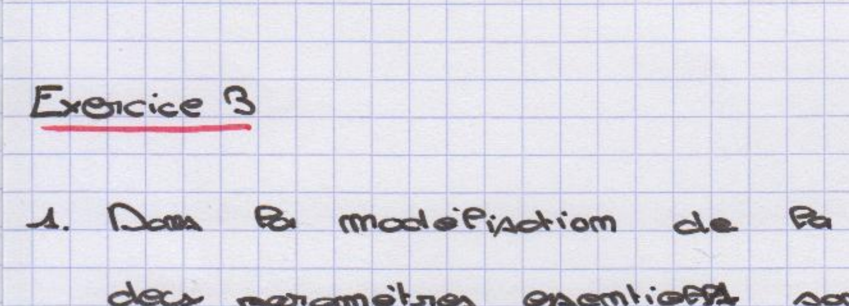
En régime stationnaire, on a : $q\pi_{k+1} = \frac{p}{k+1}\pi_k$. Donc $\pi_{k+1} = \frac{p}{q} \cdot \frac{1}{k+1}\pi_k = \left(\frac{p}{q}\right)^{k+1} \times \frac{1}{(k+1)!}\pi_0$

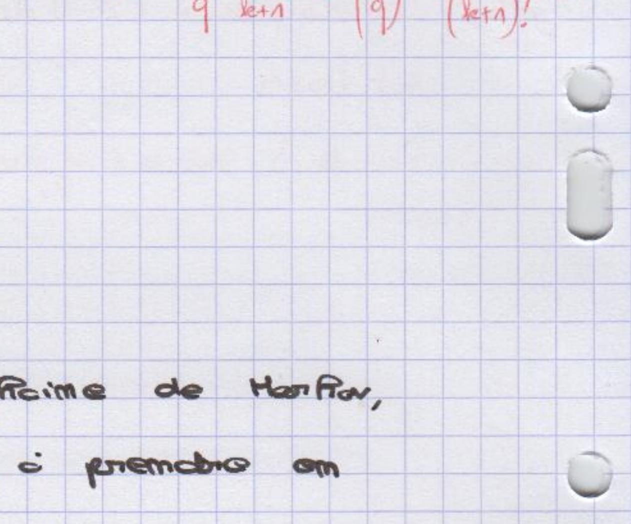
On reconnaît une loi de Poisson.

Exercice 3

1. Dans la modélisation de la chaîne de Markov, deux paramètres essentiels sont à prendre en compte : + le type de contrat
   + la localisation de l'équipe selon la semaine

2.





je vois il y a une erreur car la somme des probabilités est supérieure à 1 donc problème dans ma chaîne.

$\pi_0 = p\pi_A + q\pi_B + (1-(1-p+1-q))\pi_0 + \pi_1(p(1-q))$

0.4 + 0.3

0.7

Il y a aussi un problème de durée. Avec votre chaîne on a pas normal. Effectivement.

$\pi_0 = \pi_{A1} + \pi_{B3} + (1-p-q)\pi_0 = 1 + 1 - 0.3 = 1.7$

$\pi_{A1} = p\pi_0$ forcément une semaine Idle entre une semaine sur A et une semaine B.

$\pi_{B1} = q\pi_0$ $\pi_{B2} = \pi_{B3} = \pi_{B1}$

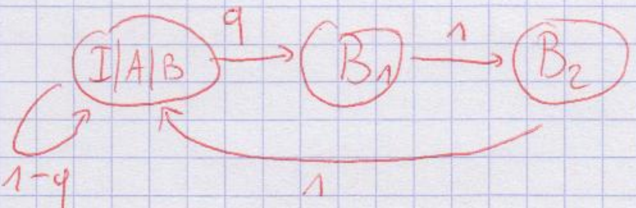
Mieu

Il

Ec

$$4.\quad E(X_n) = \underbrace{P(A)\times 4000}_{\substack{\pi_{A_1} \\ \text{Contrat A}}} + \underbrace{P(B)\times 15\,000}_{\substack{\pi_{B_1}+\pi_{B_2}+\pi_{B_3} \\ \text{Contrat B}}} - \underbrace{P(0)\times 2500}_{\substack{\pi_0 \\ \text{Pas de contrat}}}$$

▸ Une possibilité de modélisation. État en début de semaine = "sur quel type de tâche on va travailler". Alors.

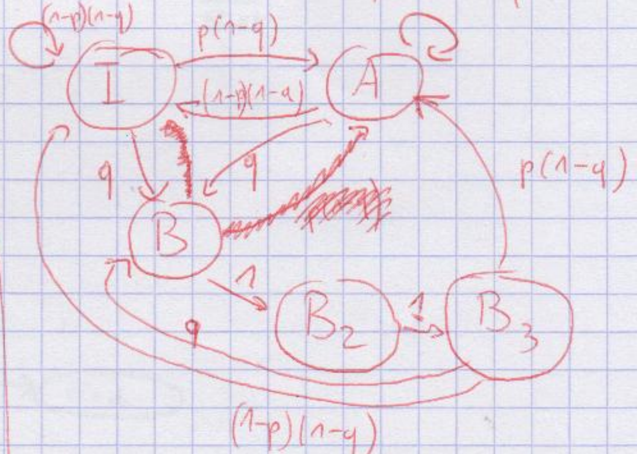


Les probas stationnaires sont alors faciles à calculer mais il faudra calculer comme il faut la probabilité de travailler sur A ou B. Notons $\pi = \pi_{(I/A/B)}$

Dans ce cas $\mathbb{E}(\text{Gain}) = \underbrace{\pi \times (1-p)(1-q)}_{\mathbb{P}(\text{Idle})} \times (-2500) + \underbrace{\pi \times (q)}_{\mathbb{P}(\text{Début de B})} \times 15000 + \underbrace{\pi(1-q)p}_{\mathbb{P}(\text{début de A})} \cdot 3000$

$+ \underbrace{(1-\pi)}_{\text{on est dans } B_1 \text{ ou } B_2\text{, on ne gagne rien.}} \times 0$

▸ Une autre modélisation possible. On considère l'état de la semaine, i.e sur quoi on travaille. Dans ce cas :



Plus pénible à résoudre à mon avis.

... mais vous voyez que vos états A et B sont absorbants.

... faut définir clairement la sémantique de vos états

...ine p+q est une mauvaise idée...